n° 10 page 54

La suite u est arithmétique de raison $r = 1{,}3$ et de premier terme $u_1 = -12$.

a) On a, pour tout entier n, $u_{n+1} = u_n + r = u_n + 1{,}3$ (c'est une suite arithmétique de raison r, le terme suivant est la somme du terme précédent et de la raison r)

b) On a, d'après la proposition du cours,

$$u_n = u_1 + (n-1) \times r$$

soit

$$u_n = -12 + (n-1) \times 1{,}3 = -12 + 1{,}3(n-1) = -12 + 1{,}3n - 1{,}3 = -13{,}3 + 1{,}3n.$$

c) On a

$$u_2 = u_1 + r = -12 + 1{,}3 = -10{,}7$$

et

$$u_3 = u_2 + 1{,}3 = -10{,}7 + 1{,}3 = -9{,}4$$

Pour calculer u_7 et u_9, il est plus rapide d'utiliser la formule de la question b) :

$$u_7 = -13{,}3 + 1{,}3 \times 7 = -4{,}2$$

et

$$u_9 = -13{,}3 + 1{,}3 \times 9 = -1{,}6$$

d) On souhaite trouver le rang n pour lequel $u_n = 20{,}5$. On sait, d'après la question b) que $u_n = -13{,}3 + 1{,}3n$. Ainsi, déterminer n tel que $u_n = 20{,}5$ revient à déterminer n tel que $-13{,}3 + 1{,}3n = 20{,}5$.
On résout alors l'équation

$$-13{,}3 + 1{,}3n = 20{,}5 \Leftrightarrow 1{,}3n = 20{,}5 + 13{,}3 \Leftrightarrow 1{,}3n = 33{,}8 \Leftrightarrow n = \frac{33{,}8}{1{,}3} \Leftrightarrow n = 26.$$

Ainsi, $u_n = 20{,}5$ si et seulement si $n = 26$ (on a alors $u_{26} = 20{,}5$).

n° 11 page 54

La suite u est arithmétique telle que $u_8 = -5$ et $u_{15} = 37$. On souhaite déterminer la raison r et le premier terme u_0 de cette suite.

On reprend la méthode du cours. Pour déterminer r, on utilise la proposition du cours :

$$u_{15} = u_8 + (15-8) \times r$$

(pour calculer u_{15} connaissant u_8, on ajoute $(15-8)$ fois la raison r)

Donc, en remplaçant u_8 et u_{15} par leur valeur, on obtient

$$37 = -5 + 7r \Leftrightarrow 42 = 7r \Leftrightarrow r = \frac{42}{7} \Leftrightarrow r = 6.$$

Ainsi, la raison de la suite est $r = 6$. Reste maintenant à déterminer le premier terme u_0. Pour cela, on utilise la proposition du cours exprimant u_8 (par exemple[1]) en fonction de u_0 :

$$u_8 = u_0 + 8 \times r$$

soit

$$-5 = u_0 + 8 \times 6 \Leftrightarrow -5 = u_0 + 48 \Leftrightarrow u_0 = -5 - 48 \Leftrightarrow u_0 = -53.$$

Le premier terme de cette suite est donc $u_0 = -53$.

n° 22 page 55

Dans tout l'exercice, les suites sont géométriques (dans le livre, la raison de la suite est notée b)

1) Si $u_3 = 5$ et $b = 2$ alors, d'après la proposition du cours,

$$u_8 = u_3 \times b^{8-3} = 5 \times 2^5 = 160.$$

La réponse correcte est la réponse c.

2) Si $u_4 = 32$ et $b = 2$ alors, d'après la proposition du cours,

$$u_1 = u_4 \times b^{1-4} = 32 \times 2^{-3} = 32 \times \frac{1}{8} = 4.$$

La réponse correcte est la réponse b.

[1] on aurait pu choisir u_{15}

3) Si $u_4 = 192$ et $u_1 = 24$ alors, on a d'après la proposition du cours,

$$u_4 = u_1 \times b^3 \Leftrightarrow 192 = 24 \times b^3 \Leftrightarrow \frac{192}{24} = b^3 \Leftrightarrow 8 = b^3 \Leftrightarrow b = 2.$$

La réponse correcte est la réponse b.

n° 23 page 55

On considère la suite géométrique de raison $b = 0{,}65$ et de premier terme $u_1 = 2000$.

a) On sait que la suite est géométrique de raison $b = 0{,}65$, ainsi, pour calculer un terme à partir du précédent, on le multiplie par 0,65. Ainsi,

$$u_{n+1} = u_n \times 0{,}65.$$

b) Pour écrire u_n en fonction de n, on utilise la proposition du cours sur les suites géométriques :

$$u_n = u_1 \times b^{n-1} = 2000 \times 0{,}65^{n-1}.$$

c) Pour calculer u_4, on peut utiliser la formule précédente pour $n = 4$:

$$u_4 = 2000 \times 0{,}65^{4-1} = 2000 \times 0{,}65^3 = 549{,}25.$$

d) Donnons une valeur approchée à 10^{-3} de u_8. Pour cela, on utilise la formule de b) pour $n = 8$:

$$u_8 = 2000 \times 0{,}65^{8-1} = 2000 \times 0{,}65^7 \approx 98{,}045.$$

n° 24 page 55

La suite u est géométrique telle que $u_3 = 5$ et $u_6 = 40$. Pour déterminer la raison b de cette suite, on utilise la formule du cours donnant u_6 en fonction de u_3 :

$$u_6 = u_3 \times b^{6-3} \Leftrightarrow 40 = 5 \times b^3 \Leftrightarrow \frac{40}{5} = b^3 \Leftrightarrow 8 = b^3 \Leftrightarrow b = 2.$$

La raison de cette suite géométrique est $b = 2$.

Pour déterminer u_0, on utilise de nouveau la formule du cours exprimant u_3 en fonction de u_0 :

$$u_3 = u_0 \times b^3 \Leftrightarrow 5 = u_0 \times 2^3 \Leftrightarrow 5 = u_0 \times 8 \Leftrightarrow \frac{5}{8} = u_0 \Leftrightarrow u_0 = 0{,}625$$

Ainsi, le premier terme de cette suite géométrique est $u_0 = 0{,}625$.